შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 201

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

[illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № [redacted]

28.04.2012/ მათ/ III/ 201

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

[illegible] 4-ი [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] 2012 [illegible] 503-ე ~~4-[illegible]~~ [illegible]
4-[illegible] [illegible] 1 [illegible]
4-[illegible] 1 [illegible] 4 ~~[illegible]~~ [illegible]
[illegible] ე.ი. [illegible]
4-[illegible]
[illegible]
[illegible] 2012 [illegible] 503-ე 4-[illegible]
[illegible] 2012 [illegible] 1006 [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] ~~2012~~ [illegible]
2012 [illegible] ~~1006~~ [illegible] 1006 [illegible]
[illegible]
[illegible] ე.ი.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

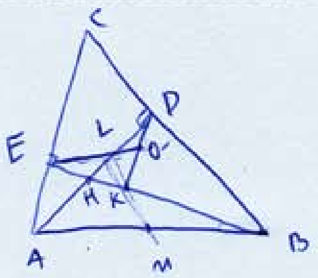
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 201

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



ჯერ ვაჩვენოთ რომ, E,H,O,D და C ერთ წრეწირზე არიან. ვთქვათ [illegible] Z არის ΔHLE და ΔHKO-ს შემოხაზული წრეწირების მეორე გადაკვეთის წერტილი. მაშინ:

$\angle EZD=\angle EZH+\angle HZK+\angle ZKO$ რადგან EHLZ ჩახაზულია მაშინ $\angle EZH=\angle ELH$, რადგან ZHKD-ჩახაზულია მაშინ $\angle HZK=\angle HDK$ და $\angle KZD=\angle KHD$ მაშინ $\angle EZD=\angle ELH+\angle HDK+\angle KHD$ ასევე Z არის ΔEOD-ს შემოხაზული წრეწირის ცენტრი მაშინ $2\cdot(180-\angle EOD)=\angle EZD$ და მივიღეთ რომ $2\cdot(180-\angle EOD)=\angle ELH+\angle HDK+\angle KHD$. ასევე $\Delta LOD \Rightarrow \angle DLO+\angle LDO=180-\angle LOD \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \angle ELH+\angle HDK=180-\angle EOD$ მაშინ $2(180-\angle EOD)=\angle ELH+\angle HDK+\angle KHD \Rightarrow$ $\Rightarrow 2(180-\angle EOD)=180-\angle EOD+\angle DHK \Rightarrow \angle DHK=180-EOD$ ასევე $\angle DHK=180-\angle EHD$ და $180-\angle EHD=180-\angle EOD \Rightarrow \angle EHD=\angle EOD$ ანუ E, H, O და D ერთ წრეწირზე. ასევე $\angle HEC+\angle HDE=180°$ მაშინ E,H,D და C-ც წრეწირზე და მივიღეთ რომ E,H,O,D და C ერთ წრეწირზე, ასევე რადგან EHOD-ჩახაზულია მაშინ $\Delta ELH\sim\Delta DLO$ და $\Delta HKD\sim\Delta OKE$ და $\Delta ELD\sim\Delta HLO$. ~~[illegible]~~ ამ მსგავსებიდან რომ LK გაივლის MA-ს შუაზე, ვაჩვენოთ რომ $\frac{HK}{KB}\cdot\frac{AL}{LH}=1$ რადგან თუ LK კვეთს AB-ს M'-ზე მაშინ $\frac{HK}{KB}\cdot\frac{AL}{LH}=\frac{AM'}{M'B}$ (ΔAHB-ისთვის ~~[illegible]~~ ML-ზე მენელაოსი) ხოლო თუ $AM'=M'B$ და $M'=M$

$\frac{HK}{KB}\cdot\frac{AL}{LH}=1$ ანუ მივიღეთ რომ და ე.ი. $\frac{HK}{KB}=\frac{LH}{AL} \Leftrightarrow \frac{KB}{HK}=\frac{AL}{LH}$, $AL=AH+HL \Rightarrow$ ე.ი. $\frac{KB}{HK}=\frac{AH+HL}{HL}=\frac{AH}{HL}+1$ და

ე.ი. $\frac{KB}{HK}=\frac{AH}{HL}+1$

[illegible] $n\in N$ [illegible] $k\ge n$ [illegible] $a_k=$ [illegible]

[illegible]

[illegible]

a_m [illegible]

$\forall$ [illegible] ~~$n\in N$~~ $n\in N$-[illegible] $k\ge n$ [illegible]

a_k [illegible]

[illegible]

[illegible] k [illegible] a_k-[illegible]

[illegible] $t>n$ [illegible] a_t [illegible]

[illegible] $a_n = x^2$ [illegible] $a_{n+2k+1} =$

$= x^2+(2k+1)x+k(k-1)$. $k=1$ [illegible]

$a_{n+1}=x^2+[\sqrt{x^2}]=x^2+x$, $a_{n+2}=x^2+x+[\sqrt{x^2+x}]=x^2+2x$,

~~$=x^2+(2\cdot1$~~ $a_{n+3}=x^2+2x+[\sqrt{x^2+2x}]=x^2+3x=x^2+(2\cdot1+1)x+1\cdot(1-1)$

[illegible] ~~$a_{n+(2t+1)}=x^2+(2t+1)x+t(t-1)$~~

$a_{n+2t+1}=x^2+(2t+1)x+t(t-1)$. [illegible] $a_{n+2t+2}=$

$=x^2+(2t+1)x+t(t-1)+[\sqrt{x^2+(2t+1)x+t(t-1)}]$ [illegible]

$2t+1<2(t+1)$ და $t(t-1)<t^2$ [illegible] ~~$[\sqrt{x^2+(2t+1)x+t(t-$~~

$x^2+(2t+1)x+t(t-1)<(x+t+1)^2$ [illegible] $t<x$ [illegible]

$x^2+(2t+1)x+t(t-1)\ge(x+t)^2$ [illegible] $a_{n+2t+2}=x^2+(2t+1)x+t(t-1)+x+t$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 201

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

თუ $a_{n+2t+2} = x^2+2(t+1)x+t^2$ [illegible]

$a_{n+2t+3} = x^2+2(t+1)x+t^2+[\sqrt{x^2+2(t+1)x+t^2}]$ [illegible] $t \le x$ [illegible]

[illegible] $x^2+2(t+1)x+t^2 \le (x+t+1)^2$ და $x^2+2(t+1)x+t^2 > (x+t)^2$

$[\sqrt{x^2+2(t+1)x+t^2}] = x+t \Rightarrow$

$\Rightarrow a_{n+2t+3} = x^2+2(t+1)x+t^2+x+t = x^2+(2(t+1)+1)x+t(t+1)$

[illegible] $t<x$ და $a_{n+2t+1} = x^2+(2t+1)x+t(t-1)$

$a_{n+2(t+1)+1} = x^2+(2(t+1)+1)x+(t+1)t$ [illegible]

$t=x-1$ [illegible] x^2 $a_{n+2x+1} = x^2+(2x+1)x+x(x-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow a_{n+2x+1} = x^2+2x^2+x+x^2-x = 4x^2=(2x)^2$

[illegible] n [illegible] a_n [illegible]

$k = n+2x+1 > n$ [illegible] $a_k =$ [illegible] n [illegible] n [illegible] $m \in N$ [illegible] $k \ge m$ [illegible]

a_k [illegible]